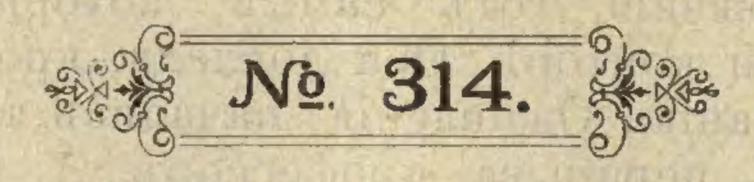
XXVII Сем. № 2.

Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики.

31 Января



№ 314.

1902 г.

XI съѣздъ

Русскихъ Естествоиспытателей и Врачей.

Секція чистой математики и механики.

Кромѣ засѣданій, посвященныхъ научнымъ вопросамъ, секція чистой математики имѣла два засѣданія совмѣстно съ преподавателями математики въ Педагогическомъ Музеѣ, на которыхъ обсуждались вопросы педагогическаго характера. Засѣданія эти нельзя назвать удачными и отвѣтственность за эту неудачу, по нашему мнѣнію, падаетъ на распорядителей секціи. Дѣло въ томъ, что самыя эти засѣданія не могутъ носить того характера, который носятъ засѣданія строго-научныя. Обиліе педагогическихъ вопросовъ, разнообразіе мнѣній по каждому отдѣльному вопросу, отсутствіе выработанной привычки къ коллегіальнаго обсужденію этихъ вопросовъ—это условія, чрезвычайно затрудняющія правильный ходъ этихъ засѣданій. Засѣданія, посвященныя педагогическимъ вопросамъ, по нашему мнѣнію, только тогда могутъ пройти цѣлесообразно, если они будутъ подготовлены, если программа засѣданія будетъ вполнѣ выработана предварительно, если предсѣдатель будетъ вести засѣданіе по этой программѣ. Внѣ этихъ условій предметы обсужденія расплываются и тонутъ въ морѣ безчисленныхъ вопросовъ, возникающихъ по ходу самой бесѣды.

Первое засѣданіе въ Педагогическомъ Музеѣ состоялось 23 декабря подъ предсѣдательствомъ профессора И. М. Занчевскаго. Было заявлено на эти засѣданія два доклада: первый докладчикъ говорилъ около полутора часовъ, несмотря на усиленныя просьбы предсѣдателя быть по возможности краткимъ; онъ не оставилъ, кажется, незатронутымъ ни одного вопроса элементарной математики. Второй докладчикъ изложилъ способъ сокращеннаго умноженія, тотъ самый, который практикуется во всякой банкирской конторѣ. Оба доклада, кромѣ томленія ничего не принесли собранію. Оживленія начались только послѣ этихъ докладовъ. Послѣ перерыва профессоръ А. В. Васильевъ предложилъ посвятить остатокъ вечера важному вопросу, занимающему теперь умы всего педагогическаго персонала. Мы переживаемъ переходную эпоху реформированія средней школы. Опубликованы уже примѣрныя программы новой школы, которыя теперь окончательно вырабатываются и въ ближайшемъ будущемъ сдѣлаются закономъ. Профессоръ предложилъ обсудить измѣненія, которыя новыя программы вносятъ въ преподаваніе математики. Канвой для такого обсужденія могъ бы служить докладъ, сдѣланный преподавателемъ 3-ей казанской гимназіи Н. К. Парфентьевымъ въ засѣданіи кружка преподавателей г. Казани. Такъ какъ г. Парфентьевъ присутствовалъ въ засѣданіи, то его просили изложить важнѣйшіе пункты своего доклада.

Реформа средней школы конечно отразилась на программѣ математики меньше, чѣмъ на программахъ другихъ предметовъ; но все таки и здѣсь имѣются значительныя измѣненія. Прежде у насъ существовали два типа средней школы; въ реальномъ училищѣ математикѣ удѣлено было значительно больше времени и программа ея была значительно шире, чѣмъ въ гимназіи. Въ настоящее время обѣ школы соединяются въ одну,—и въ то время, какъ по другимъ предметамъ гимназію стараются приблизить къ реальному училищу, программа по математикѣ представляется даже сокращенной по сравненію съ программой гимназіи. Врядъ-ли можно сомнѣваться, что это поведетъ къ пониженію математическаго образованія въ Россіи. Возьмемъ только одинъ примѣръ. Изъ русской средней школы будетъ почти совершенно изгнано рѣшеніе конструктивныхъ задачъ (въ настоящее время въ гимназіяхъ рѣшаются только основныя, курсовыя задачи на построеніе); а между тѣмъ врядъ ли во всемъ курсѣ геометріи имѣется другой матеріалъ, на которомъ могло бы въ такой мѣрѣ развиваться стремленіе къ самостоятельному математическому мышленію.

На томъ засѣданіи о которомъ идетъ рѣчь, были разсмотрены измѣненія, внесенныя проэктомъ новой школы въ программу ариѳметики. Измѣненія эти, впрочемъ, не велики. Собраніе почти единогласно выразило удовольствіе по поводу того, что въ курсѣ третьяго класса не принято старое дѣленіе на различныя „правила". Говорили, что эти правила представляютъ остатокъ старины, когда

этихъ „правилъ“ было гораздо больше; что пріемы рѣшенія задачъ, устанавливаемые тройными правилами, гораздо сложнѣе, нежели другіе пріемы, о которыхъ у насъ въ школѣ даже не говорятъ.

Правда, указывали на то, что въ этомъ есть и положительная сторона дѣла, что эти „правила“ выясняютъ такую важную идею, какъ понятіе о „пропорціональности“. Большинство было однако того мнѣнія, что это средство, слишкомъ тяжеловѣсное для такой цѣли.

Собраніе выразило еще желаніе, чтобы изъ курса второго класса были устранены періодическія дроби; выяснить ихъ смыслъ дѣтямъ—задача совершенно невыполнимая; дѣтямъ прививаются только ложныя идеи, отъ которыхъ они потомъ не въ состояніи бываютъ отрѣшиться. Ученіе о періодическихъ дробяхъ было бы цѣлесообразно отнести къ курсу алгебры въ видѣ примѣра безконечно нисходящихъ геометрическихъ прогрессій.

Гораздо больше разногласія оказалось по другому вопросу. Согласно прежней программѣ, въ старшемъ классѣ удѣлялся урокъ для повторенія курса ариѳметики, для выясненія основныхъ теоретическихъ вопросовъ.

Многіе преподаватели жаловались, что наличная программа взваливаетъ на преподавателя большую обузу, требуя пройти ариѳметику въ старшемъ классѣ теоретически; эта теорія доступна рѣдкому ученику и потому изложеніе ея очень затрудняетъ преподавателя; въ большинствѣ случаевъ преподаватель добивается только того, что ученики механически повторяютъ то, что удовлетворяетъ учителя.

Эта точка зрѣнія встрѣтила сильную оппозицію. Если преподавателю отвѣчаютъ затверженныя вещи и онъ этимъ удовлетворяется, то въ этомъ несомнѣнно есть большая доля его вины. Въ курсѣ ариѳметики есть, конечно, немало теоретическихъ вопросовъ, недоступныхъ среднему ученику даже въ старшемъ классѣ, а пройти цѣльный курсъ формальной ариѳметики съ учащимися и вовсе невозможно. При всемъ томъ въ курсѣ ариѳметики есть много отдѣльныхъ вопросовъ, которые вполнѣ доступны пониманію учащихся въ старшемъ классѣ, тогда какъ въ младшемъ они уясняются плохо. Условный смыслъ опредѣленій ариѳметическихъ дѣйствій, выводъ правилъ для производства дѣйствій на основаніи ихъ опредѣленія, обоснованіе теоріи дѣлителей, многіе пункты въ теоріи пропорцій,—остаются совершенно неясными большинству учащихся въ младшихъ классахъ; выяснить эти темныя мѣста и составляетъ предметъ дополнительнаго урока ариѳметики. Не обременяя требованіями тѣхъ учениковъ, которымъ не дается отвлеченное мышленіе, преподаватель можетъ выяснить многіе вопросы до конца, другіе освѣтить, на третьи обратить вниманіе наиболѣе вдумчивыхъ юношей. Нѣтъ надобности, чтобы юноша разобрался во всѣхъ деталяхъ вопроса;

—если онъ понялъ, что вопросъ не такъ простъ, какъ это кажется съ перваго взгляда, если онъ понялъ, что тутъ есть надъ чѣмъ подумать, то это уже большое пріобрѣтеніе.

Указывали на то, что многіе молодые люди занимаются преподованіемъ и въ старшемъ классѣ гимназіи и въ университетѣ; чего стоитъ это преподаваніе, если онъ самъ не уяснилъ себѣ, въ чемъ заключаются трудности предмета.

Споръ по этому вопросу продолжался до глубокой ночи и собраніе разошлось, не закончивъ его. На 29-ое декабря было назначено второе собраніе, чтобы закончить обсужденіе программы новой школы.

На второмъ засѣданіи, происходившемъ подъ предсѣдательствомъ проф. В. П. Ермакова, г. Парфентьевъ закончилъ свой докладъ, посвященный обзору новой программы по математикѣ въ средней школы. Онъ указалъ на сокращенія въ курсѣ алгебры, изъ котораго опущены неопредѣленныя уравненія, извлеченіе кубическаго корня, непрерывныя дроби и нѣкоторые отдѣльные вопросы. Докладчикъ горячо отстаивалъ прежнюю болѣе подробную программу и находилъ даже, что въ нее нужно ввести кое какіе вопросы общаго характера—понятіе о числѣ, идею о расширеніи этого понятія, въ частности остановиться подробнѣе на ученіи объ ирраціональныхъ числахъ и т. п. Вообще г. Парфентьевъ настаивалъ на строго теоретическомъ курсѣ, въ которомъ было бы удѣлено мѣсто и такимъ вопросамъ, которые стоятъ но рубежѣ математики и философіи.

Обращаясь далѣе къ курсу геометріи и тригонометріи, г. Парфентьевъ указалъ, что здѣсь сокращеній почти не сдѣлано, но что и существующая программа — по его мнѣнію — требуетъ пополненія. Такъ напр., по мнѣнію докладчика, слишкомъ ничтожное мѣсто отводится задачамъ на построеніе, ничего не говорится о приложеніи алгебры къ геометріи и т. п. По мнѣнію г. Парфентьева, программа геометріи должна была бы даже заканчиваться основными свѣдѣніями изъ аналитической геометріи.

Какъ бы въ противовѣсъ этимъ взглядамъ директоръ Згержскаго коммерческаго училища г. Новиковъ въ небольшомъ докладѣ выразилъ пожеланія діаметрально противоположнаго характера. По мнѣнію г. Новикова, программа должна быть сжата въ такой мѣрѣ, въ какой это только возможно безъ ущерба для строго фактической стороны программы. Всѣ тѣ вопросы, которые не находятъ себѣ примѣненія въ томъ-же самомъ курсѣ, должны быть опущены. Поэтому г. Новиковъ относится сочувственно къ устраненію изъ программы такихъ отдѣловъ, какъ непрерывныя дроби, неопредѣленныя уравненія и т. п. Что касается метода преподаванія, то онъ не можетъ носить строго теоретическаго характера. По мнѣнію г-на Новикова, не нужно возбуждать сомнѣній тамъ, гдѣ они не возникаютъ у учащагося непосредственно: не нужно выдвигать тѣхъ трудностей, которыхъ учащіеся

не замѣчаютъ сами. Рѣшеніе задачъ должно составлять основу преподаванія, и на нихъ должна выясняться теорія.

Вопросы, составляющіе предметъ этихъ двухъ докладовъ, были подвергнуты обсужденію собранія. Но вопросовъ этихъ было много, а дебаты выдвигали еще новые и новые. Черезъ полчаса послѣ начала дебатовъ предсѣдательствующій прочелъ списокъ вопросовъ, намѣченныхъ ораторами—и этотъ списокъ покрывалъ листъ, исписанный со всѣхъ сторонъ. Само собой разумѣется, что обсудить это множество вопросовъ при ничтожномъ времени, которымъ собраніе располагало, было рѣшительно невозможно. Не останавливаясь поэтому вовсе на отдѣльныхъ вопросахъ, которые были выдвинуты, мы посвятимъ еще нѣсколько словъ дебатамъ, составлявшимъ центральный пунктъ спора. Наиболѣе горячо обсуждался вопросъ, выдвинутый и противоположно разрѣшенный двумя докладчиками: вопросъ о расширеніи или сокращеніи курса математики въ средней школѣ и о теоретическомъ или практическомъ характерѣ преподаванія ея.

Съ тѣмъ обстоятельствомъ, что широко теоретическія требованія, предъявленныя г-номъ Парфентьевымъ, въ средней школѣ невыполнимы—соглашались всѣ ораторы. Но, чтобы это необходимо приводило къ воззрѣніямъ г-на Новикова, — съ этимъ не только многіе не соглашались, а напротивъ того—это горячо оспаривалось многими преподавателями.

По поводу сокращенія программы было высказано мнѣніе, что это сокращеніе можетъ быть и цѣлесообразно, такъ какъ оно сберегаетъ время для болѣе основательнаго прохожденія остальныхъ частей курса. Но вполнѣ цѣлесообразнымъ его можно было бы признать только въ томъ случаѣ, если-бы оставалась школа, въ которой преподаваніе математики поставлено шире. Сокращеніе-же программы при объединеніи средней школы неизбѣжно будетъ связано съ пониженіемъ интересовъ математики.

Не мало преподавателей высказались также въ пользу теоретическаго характера преподаванія. Практическое направленіе теперь въ большомъ ходу и, по мнѣнію нѣкоторыхъ ораторовъ, привить его средней школѣ—значитъ понизить ея обще-образовательный характеръ. Рѣшеніе задачъ есть могучее средство для освѣщенія и уясненія теоріи, но средство служебное, которое не можетъ доминировать и подчинять себѣ теоретическую часть курса. Въ уясненіи концепціи математической дедукціи, въ строгомъ обсужденіи всѣхъ деталей вопроса заключается вся дисциплинирующая сила математики въ средней школѣ. Не заглушать, а возбуждать нужно сомнѣнія; не скрывать, а выдвигать нужно трудности, хотя бы и приходилось иногда оставлять ихъ безъ разрѣшенія.

Мы не беремся опредѣленно высказать, какое изъ этихъ

двухъ противоположныхъ воззрѣній преобладало въ собраніи, постановленіе не было формулировано.

Особнякомъ отъ главныхъ вопросовъ сужденія стояла прекрасная рѣчь профессора В. П. Ермакова относительно причинъ неудовлетворительной постановки преподаванія въ нашей средней школѣ. Взгляды, высказанные проф. Ермаковымъ, не разъ уже проводились въ печати. Они сводятся къ тому, что не въ той или иной программѣ, не въ количествѣ матеріала заключается корень зла, а въ томъ всепоглощающемъ формализмѣ, который завладѣлъ нашей школой. Но горячая рѣчь стараго педагога, пользующагося у насъ широкой извѣстностью, была чрезвычайно умѣстна и имѣла большое значеніе въ этомъ собраніи преподавателей.

Какъ мы видѣли, обсужденіе педагогическихъ вопросовъ шло неправильно, не было достаточно подготовлено, не привело даже ни къ какимъ опредѣленнымъ постановленіямъ. Это обстоятельство вызвало желаніе урегулировать это дѣло на будущее время. Г. Шохоръ Троцкій еще на первомъ засѣданіи въ Педагогическомъ Музеѣ предложилъ ходатайствовать передъ секціей о томъ, чтобы выдѣлить на будущихъ съѣздахъ подсекцію или даже отдѣльную секцію методологіи и дидактики математики. Предложеніе было горячо поддержано всѣми присутствовавшими преподавателями и проф. А. В. Васильевъ взялъ на себя поддержать это ходатайство въ засѣданіи секціи. Въ заключительномъ засѣданіи секціи вопросъ этотъ былъ дѣйствительно подвергнутъ обсужденію и послѣ нѣкоторыхъ дебатовъ принятъ единогласно. Однако, въ Распорядительномъ Комитетѣ ходатайство это встрѣтило мало сочувствія. Такъ какъ къ тому же въ Распорядительный Комитетъ поступило отъ различныхъ секцій множество различныхъ ходатайствъ, разобраться въ которыхъ въ короткій срокъ было невозможно, то весь этотъ матеріалъ имѣетъ еще поступить на разсмотрѣніе Распорядительнаго Комитета, который подготовитъ XII съѣздъ.

Въ заключеніе прибавимъ, что одними секціонными засѣданіями, конечно, не исчерпывается значеніе съѣзда. Не разъ послѣ засѣданія члены секціи собирались отдѣльными кружками, дѣлились взглядами, впечатлѣніями, — и далеко за полночь текла товарищеская бесѣда. И мы считаемъ цѣлесообразнымъ упоминать объ этомъ здѣсь, на страницахъ научнаго журнала, ибо трудно сказать, что оставляетъ болѣе глубокій слѣдъ: дисциплинированный и по существу не достаточно свободный обмѣнъ мнѣній на лекціонныхъ засѣданіяхъ, или живая и непринужденная товарищеская бесѣда.

Пр. Доц. В. Каганъ.

Къ вопросу о выводѣ формулы центростремительной силы.

Д. Шора въ Геттингенѣ.

Въ № 307 настоящаго журнала (стр. 164—166) *г. М. Волковъ* предлагаетъ новый способъ для вывода формулы центростремительной силы при равномѣрномъ движенiи матерiальной точки по кругу. Въ № 310 (стр. 238—242) *проф. Д. Зейлигеръ* даетъ модификацiю этого вывода, замѣняя тригонометрическiй методъ чисто геометрическимъ. Нельзя не согласиться съ г. *Волковымъ*, что принятый въ большинствѣ элементарныхъ учебниковъ выводъ основанъ на неточномъ предположенiи. Но, какъ я постараюсь показать ниже, и въ ходѣ разсужденiй *г. Волкова* скрывается неточность; ее только труднѣе обнаружить. И поэтому новый способъ имѣетъ, въ сравненiи съ обычнымъ, развѣ только то преимущество, что съ помощью его легче убѣдить ученика въ справедливости теоремы о центростремительной силѣ,—легче потому, что труднѣе найти неточность въ доказательствѣ. На мой взглядъ доказательство какого-либо физическаго предложенiя слѣдуетъ приводить при начальномъ преподаванiи только въ томъ случаѣ, если это доказательство просто и, *что важнѣе всего*, *точно*. Если оно состоитъ изъ многочисленныхъ передѣлокъ, то врядъ ли подѣйствуетъ на ученика убѣдительнѣе, чѣмъ просто безъ доказательства высказанный результатъ. Еще хуже, если оно *неточно:* ученикъ, умѣющiй критически относиться къ преподаваемому, можетъ вполнѣ основательно усомниться въ точности самаго результата. Первому требованiю доказательства *г. Волкова* и *проф. Зейлигера* врядъ ли могутъ удовлетворить, такъ какъ первое изъ нихъ занимаетъ больше 2-хъ, второе—почти 3 страницы. Посмотримъ удовлетворяютъ ли они второму требованiю—требованiю точности.

На стр. 164 *г. Волковъ* говоритъ: „Если бы въ точкѣ A дѣйствiе силы прекратилось, то частица, двигаясь по инерцiи, во „время t прошла бы путь $AB=vt$.“ (См. фиг. 2, стр. 164). „Въ „дѣйствительности частица A прошла $\smile AC=vt$.—Такимъ образомъ дѣйствiе силы заключалось въ томъ, что она привела частицу изъ B въ C“. Затѣмъ далѣе на стр. 166 *г. Волковъ* утверждаетъ: „Если w ускоренiе, производимое центростремительной „силой, то $BC=\frac{1}{2}wt^2$“. Очевидно, это просто недосмотръ со стороны *г. Волкова*, что, между прочимъ, также отмѣчаетъ *проф. Зейлигеръ* (см. прим. на стр. 240): центростремительная сила не дѣйствуетъ по направленiю BC. Такимъ образомъ, чтобы доказательство *г. Волкова* было послѣдовательнымъ, необходимо измѣнить его, какъ это и дѣлаетъ *проф. Зейлигеръ*. Понятно, что при этомъ дѣло еще усложняется. Вотъ какъ формулируетъ *проф. Зейлигеръ* этотъ пассусъ своего вывода:—Пусть точка A движется по окружности такъ, что за время τ придетъ въ точку B (см. фиг.

2, на стр. 240), тогда $\smile AB = v\tau$. „По инерціи точка A за то же „время τ прошла бы отрѣзокъ $A\beta = v\tau$ касательной въ точкѣ A. „На $A\beta$ и βB, какъ на сторонахъ, построимъ параллелограммъ „$A\beta BC$ и опредѣлимъ силу F', подъ дѣйствіемъ которой точка A, „*выходя изъ покоя*, прошла бы сторону AC равномѣрно ускорен„нымъ движеніемъ. Если w'—ускореніе силы F', то, какъ из„вѣстно, $AC = \beta B = \frac{1}{2} w'\tau^2$. — *Мы принимаемъ за опредѣленіе, что „ускореніе w есть предѣлъ для ускоренія w' при безпредѣльно убываю„щемъ τ*“.—Затѣмъ слѣдуетъ примѣчаніе, упомянутое нами выше: „Г. Волковъ, видимо, держится того же опредѣленія, но, къ со„жалѣнію, не формулируетъ его явно“. Въ этомъ то опредѣленіи, отмѣченномъ мною курсивомъ, и кроется неточность вывода *Зейлигеръ—Волкова*. Можно принимать за опредѣленіе какого либо наименованія все, что угодно, но понятіе *ускореніе* имѣетъ опредѣленный общепринятый смыслъ—предѣлъ дроби, числителемъ которой служитъ геометрическое приращеніе скорости за промежутокъ времени τ, а знаменателемъ самое время τ, которое стремится при этомъ къ нулю. Если мы утверждаемъ, что ускореніе есть предѣлъ какого либо другого выраженія, то употребляемъ это слово въ иномъ смыслѣ, чѣмъ принято остальными людьми. Значитъ мы говоримъ при этомъ о совершенно другомъ понятіи, чѣмъ то, которое вообще понимается подъ словомъ ускореніе. Въ данномъ частномъ случаѣ оба эти понятія оказываются равнозначущими; но мы узнаемъ объ этомъ только изъ того, что по точному доказательству *) ускореніе $w = \frac{v^2}{r}$, а изъ доказательствъ *проф. Зейлигера* и *г. Волкова* вытекаетъ, что и величина, которую они называютъ ускореніемъ, $= \frac{v^2}{r}\cdot$ Если бы намъ не было извѣстно точное доказательство, то мы не могли бы, съ строго логической точки зрѣнія, отождествлять понятіе объ ускореніи, даваемое опредѣленіемъ *проф. Зейлигера*, съ общепринятымъ понятіемъ объ ускореніи: $w = \lim\limits_{\Delta t=0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$, гдѣ Δv есть геометрическое приращеніе скорости за время Δt.

Очень возможно, что доказательства *г. Волкова* и *проф. Зейлигера* могутъ быть измѣнены такъ, что вышеуказанная неточность исчезнетъ, но при этомъ они станутъ еще значительно сложнѣе, а слѣдовательно потеряютъ, по моему мнѣнію, еще больше въ дидактическомъ отношеніи. Невольно возникаетъ вопросъ: почему бы не привести точнаго вывода? Очевидно приводящееся въ элементарныхъ учебникахъ доказательство, равно какъ и доказательства *г. Волкова* и *проф. Зейлигера*, придуманы для того, чтобы избѣжать употребленія скорости, какъ вектора. Нельзя не согласиться съ тѣмъ, что понятіе о векторѣ слишкомъ абстрактно

*) См. напр. „Курсъ Физики“ *Хвольсона*, т. I., стр. 58—59.

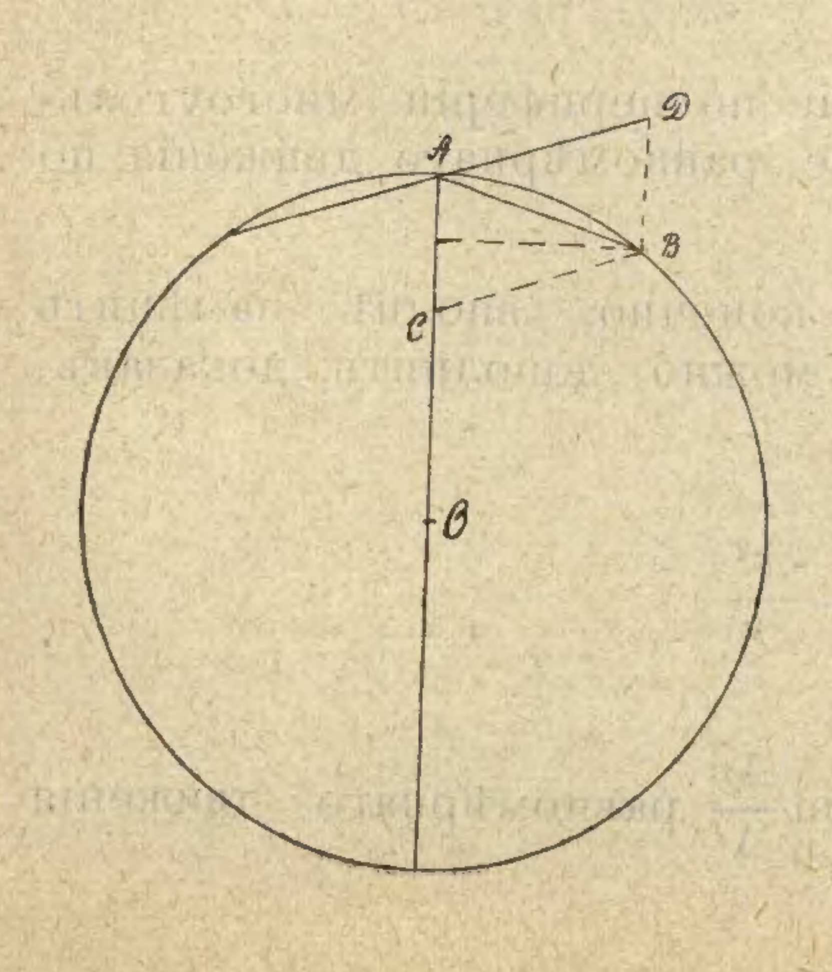
для ученика средней школы, но почти также трудно усваивается имъ понятіе о предѣлѣ; безъ послѣдняго же не можетъ быть рѣчи не только о точномъ доказательствѣ теоремъ, относящихся къ ускоренію непрямолинейнаго или неравноперемѣннаго движенія, но нельзя даже дать опредѣленія этого понятія. Поэтому мнѣ кажется болѣе цѣлесообразнымъ ввести сперва понятіе объ ускореніи, какъ векторѣ, а затѣмъ привести простое и вполнѣ точное доказательство. Въ примѣчаніи на стр. 6 я цитирую „Курсъ Физики" *пр. О. Д. Хвольсона;* доказательство, приведенное здѣсь, относится къ болѣе общему случаю. Оно еще значительно упрощается, если дѣло идетъ о движеніи по кругу, о которомъ мы только и говоримъ. Во всякомъ случаѣ полученный такимъ путемъ выводъ будетъ проще и нагляднѣе.

Если же всетаки желательно избѣжать понятія о скорости-векторѣ, то можно, вмѣсто точнаго доказательства, дать приблизительное, оговоривъ предварительно, что мы желаемъ только приблизительно описать явленіе. Я предлагаю ниже, какъ примѣръ, модификацію общепринятаго въ элементарныхъ учебникахъ вывода, при чемъ пользуюсь тѣмъ же геометрическимъ соотношеніемъ.

Разсмотримъ движеніе матеріальной точки по периферіи правильнаго вписаннаго въ кругъ многоугольника о n сторонахъ. Движеніе это пусть происходитъ съ неизмѣнною по абсолютной величинѣ скоростью v' и пусть точка описываетъ при этомъ полный оборотъ за время T. Въ такомъ случаѣ мы получаемъ слѣдующее уравненіе для какой либо стороны AB нашего многоугольника:

$$\text{(A)} \qquad AB = \frac{2p}{n} = v' \, \frac{T}{n} = v'\tau,$$

гдѣ $2p$—периметръ многоугольника, а $\tau = \frac{T}{n}\cdot$ Чтобы такое движеніе могло происходить, необходимо давать въ вершинѣ каждаго угла многоугольника матеріальной точкѣ толчокъ, направленіе и величина котораго опредѣляются приращеніемъ скорости точки. Это приращеніе скорости не трудно опредѣлить изъ параллелограмма $ADBC$ (см. чертежъ), гдѣ сторона AD представляетъ собою путь, который точка прошла бы за время τ, если бы она не получила въ A толчка; AB — діагональ параллелограмма представляетъ собою путь въ дѣйствительности пройденный точкой. Изъ элементарныхъ геометрическихъ соображеній вытекаетъ, что другая сторона параллелограмма AC совпадаетъ съ радіусомъ AO;



приращеніе скорости, полученное точкой въ A, направлено такимъ образомъ къ центру. Величина этой новой скорости $\dot{i} = \frac{AC}{\tau}$, а слѣдовательно ее не трудно вычислить на основаніи элементарныхъ геометрическихъ соображеній (см. чертежъ):

$$AC = 2AM = 2 \cdot \frac{\overline{AB}^2}{2r},$$

гдѣ r—радіусъ нашей окружности. Но $AB = v'\tau$, а слѣдовательно:

$$\dot{i} = \frac{2v'^2\tau^2}{2r} \cdot \frac{1}{\tau} = \frac{v'^2}{r}\tau.$$

Отношеніе этого приращенія скорости къ промежутку времени τ обозначимъ буквой w'; тогда

$$(\Omega) \qquad w' = \frac{\dot{i}}{\tau} = \frac{v'^2}{r}\cdot$$

Увеличивая n — число сторонъ многоугольника и сохраняя значеніе T неизмѣннымъ, мы заставляемъ v' возрастать. Изъ уравненія (A) получаемъ:

$$v = \lim_{n=\infty} v' = \lim_{n=\infty} \frac{2p}{T} = \frac{2\pi r}{T}\cdot$$

Т. е. предѣломъ v' при безпредѣльномъ увеличеніи числа сторонъ многоугольника служитъ скорость v, съ которою точка должна была бы двигаться, чтобы при равномѣрномъ движеніи, описать окружность за время T.

Такимъ образомъ наше движеніе по периферіи многоугольника даетъ приблизительное описаніе равномѣрнаго движенія по кругу.

Вышеизложенное не можетъ, конечно, вполнѣ замѣнить точное доказательство. Правда его можно дополнить, доказавъ, что опредѣляемое изъ формулы (Ω)

$$w = \lim_{n=\infty} w' = \frac{v^2}{r}$$

есть не что иное, какъ ускореніе $\lim_{\Delta t=0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$ равномѣрнаго движенія

по кругу со скоростью v *). Но полученный такимъ образомъ точный выводъ формулы ускоренія центростремительной силы слишкомъ сложенъ по сравненію съ прямымъ, основаннымъ на понятіи скорости—вектора. Поэтому такой способъ, повторяю, можетъ служить только приблизительнымъ описаніемъ.

Геттингенъ. $\frac{\text{7 января 1902 г.}}{\text{25 декабря 1901 г.}}$

Выводъ нѣкоторыхъ формулъ механики.

Прив.-доц. Б. П. Вейнберга въ Одессѣ.

Появленіе въ № 307 „Вѣстника Опытной Физики" замѣтки г. М. Волкова „Выводъ формулы центростремительной силы" вызвало во мнѣ желаніе указать на громоздкость математическихъ орудій, примѣненныхъ авторомъ, и на методологическіе недостатки предложеннаго способа и привести довольно простые выводы, какъ выраженія центростремительнаго ускоренія, такъ и еще нѣкоторыхъ формулъ механики. По недостатку времени, я не имѣлъ возможности выполнить это желаніе до настоящаго момента, — а за это время появилась въ № 309 статья проф. Д. Н. Зейлигера, упростившаго математическій багажъ, необходимый для инкриминируемаго вывода, а въ № 313—статья проф. Н. Н. Шиллера,

---

*) Это доказательство можетъ быть проведено, напримѣръ, слѣдующимъ образомъ (знакъ L я употребляю для сокращенія вмѣсто $\lim\limits_{\tau=0} = \lim\limits_{n=\infty}$):

$$L\left[\frac{v-v'}{\tau}\right] = L\left[\frac{2\pi r - 2nr\sin\frac{\pi}{n}}{n\tau^2}\right] = \frac{2r}{T^2} L\left[n\pi - n^2\sin\frac{\pi}{n}\right] =$$

$$= \frac{2r}{T^2} L\left[n\pi - n^2\left(\frac{\pi}{n} - \frac{\pi^3}{6n^3} + \ldots\right)\right] = \frac{2r}{T^2} L\left[\frac{\pi^3}{6n} - \ldots\right] = 0.$$

То же справедливо и для сосѣдней точки, гдѣ скорости v_1 и v'_1 отличаются отъ v и v' только направленіемъ. Слѣдовательно и

$$L\left[\frac{v_1 - v_1'}{\tau}\right] = 0;$$

поэтому

$$L\left[\frac{v-v'}{\tau} - \frac{v_1 - v_1'}{\tau}\right] = 0, \text{ откуда } L\left[\frac{v-v_1}{\tau} - \frac{v'-v_1'}{\tau}\right] = 0;$$

т. е.

$$L\frac{\Delta v}{\Delta t} = L\frac{v-v_1}{\tau} = L\frac{v'-v_1'}{\tau} = L\,w' = w.$$

Это доказательство требуетъ даже знанія строки для синуса, а слѣдовательно въ элементарномъ преподаваніи неумѣстно, не говоря уже о его сложности.

давшая гораздо болѣе вѣскія и цѣнныя указанія „педагогической несообразности“ этого вывода, чѣмъ могъ сдѣлать это я, и приведшаго выводъ величины центростремительнаго ускоренія, вполнѣ совпадающій съ тѣмъ, который хотѣлъ привести я.

Ввиду этого, я ограничусь только приведеніемъ нѣкоторыхъ другихъ выводовъ. Выводы эти большею частью входятъ въ курсъ физики, напечатанный мною (совмѣстно съ А. А. Петровскимъ и П. П. Фанъ-деръ-Флитомъ) въ „Семейномъ Университетѣ“ Ф. С. Комарскаго, и кажутся мнѣ настолько естественными, что я отнюдь не считаю ихъ новыми, такъ какъ увѣренъ, что на нихъ должны были натолкнуться многіе, стремящіеся къ упрощенію выводовъ въ механической части физики,—какъ это и подтвердилось на выводѣ центростремительнаго ускоренія. Благодаря именно этой естественности, эти выводы являются въ высшей степени простыми также въ смыслѣ математическомъ и могли войти въ курсъ „Семейнаго Университета“, гдѣ мы придерживались стремленія дать свѣдѣнія по физикѣ въ университетскомъ духѣ и, пожалуй (по отношенію къ вводимымъ понятіямъ), объемѣ, не пользуясь отнюдь высшей математикой и примѣняя по возможности проще и меньше и элементарную.

Начну съ вывода формулы равноперемѣннаго движенія (стр. 28 „Сем. Унив.“), причемъ буду лишь вкратцѣ намѣчать путь, не приводя всѣхъ разсужденій полностью. Этотъ выводъ основанъ на введеніи и выясненіи вполнѣ доступнаго даже для лицъ, „неспособныхъ къ математикѣ“, понятія о „*средней быстротѣ*“ движенія [1]). Если движеніе—равноперемѣнное, т. е. быстрота равномѣрно возрастаетъ или убываетъ, и если быстрота въ начальный моментъ есть b, а измѣненіе быстроты за единицу времени („ускореніе“) есть a, то, очевидно, что средняя быстрота за t единицъ времени есть быстрота въ средній моментъ движенія, $b+\frac{a.t}{2}$, или же среднее отъ начальной быстроты b и конечной быстроты $b+at$ [2]). Пройденный путь s, равный произведенію средней быстроты на время, будетъ, слѣд., выражаться формулою

$$s=\left(b+a\frac{t}{2}\right)t=bt+\frac{at^2}{2} \qquad (1).$$

Перейду къ выводу равенства импульса силы и приращенія

[1]) Подъ „среднею быстротою“ даннаго движенія за нѣкоторый промежутокъ времени понимается быстрота такого равномѣрнаго движенія, при которомъ за то же время проходится то же разстояніе. Отсюда выводится мѣра быстроты неравномѣрнаго движенія въ данный моментъ и на этомъ основаніи дается опредѣленіе равноперемѣннаго движенія.

[2]) На публичныхъ лекціяхъ, читанныхъ мною по механической части физики въ 1901 г., я сдѣлалъ сравненіе этого случая со случаемъ изъ года въ годъ равномѣрно возрастающихъ урожаевъ,—сравненіе, которое можетъ оказаться полезнымъ при преподаваніи.

количества движенія (стр. 145). Если ускореніе, пріобрѣтаемое массою m подъ вліяніемъ постоянной силы f, обозначимъ черезъ w и если скорость этой массы была сначала v_0, а послѣ дѣйствія силы f въ направленіи движенія втеченіе промежутка времени t стала v, то очевидны слѣдующія равенства:

$$v - v_0 = wt \qquad (2),$$

$$f = mw \qquad (3).$$

Умножая (2) на m, а (3)—на t и приравнивая лѣвыя части полученныхъ равенствъ, находимъ

$$ft = mw - mw_0 \qquad (4).$$

Равенство работы постоянной силы разности живыхъ силъ можно доказать, если сохранить предыдущія обозначенія, такъ:

$$R = fs = mws = m \cdot \frac{v - v_0}{t} \left[\frac{v + v_0}{2} \cdot t \right] = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} \quad (5),$$

—т. е. опять таки пользуясь понятіемъ о средней быстротѣ движенія.

Для вывода работы силы F, обратно пропорціональной квадрату разстоянія между взаимодѣйствующими массами (матеріальными, магнитными или электрическими) m и m', при измѣненіи разстоянія этихъ массъ съ r на r_1, найдемъ сначала работу, совершаемую при увеличеніи разстоянія съ r въ $r + \rho$, гдѣ ρ — весьма небольшая сравнительно съ r величина (стр. 123). Сила и на такомъ протяженіи не остается постоянною: въ началѣ она равна

$$F_1 = \frac{mm'}{r^2} \qquad (6),$$

а въ концѣ —

$$F_2 = \frac{mm'}{(r + \rho)^2} \qquad (7).$$

Но такъ какъ ρ мало, то F_1 мало отличается отъ F_2 и можно предположить, что сила на этомъ протяженіи остается постоянно равною нѣкоторому среднему между F_1 и F_2 значенію, а именно такому —

$$F = \frac{mm'}{r(r + \rho)} \qquad (8),$$

и, слѣдовательно, работа на этомъ протяженіи будетъ

$$R_1 = \frac{mm'}{r(r + \rho)} \cdot \rho = \frac{mm'(r + \rho - r)}{r(r + \rho)} = \frac{mm'}{r} - \frac{mm'}{r + \rho} \quad (9).$$

Подобнымъ же образомъ работа при увеличеніи разстоянія съ $r + \rho$ въ $r + 2\rho$ будетъ

$$R_2 = \frac{mm'}{r + \rho} - \frac{mm'}{r + 2\rho} \qquad (10)$$

и т. д. и, слѣдовательно, искомая полная работа будетъ

$$R = R_1 + R_2 + \dots = \frac{mm'}{r} - \frac{mm'}{r_1} \qquad (11).$$

Послѣдній выводъ не можетъ быть названъ естественнымъ по основной идеѣ и потому является довольно сложнымъ, но я не вижу пока возможности его упростить.

Подобные выводы, требующіе только знанія алгебры, возможны и во многихъ вопросахъ, гдѣ обыкновенно прибѣгаютъ къ помощи высшаго анализа,—напримѣръ, при выводѣ коэффиціента внутренняго тренія газа изъ кинетической теоріи.

24 января 1902 г.

ОПЫТЫ и ПРИБОРЫ.

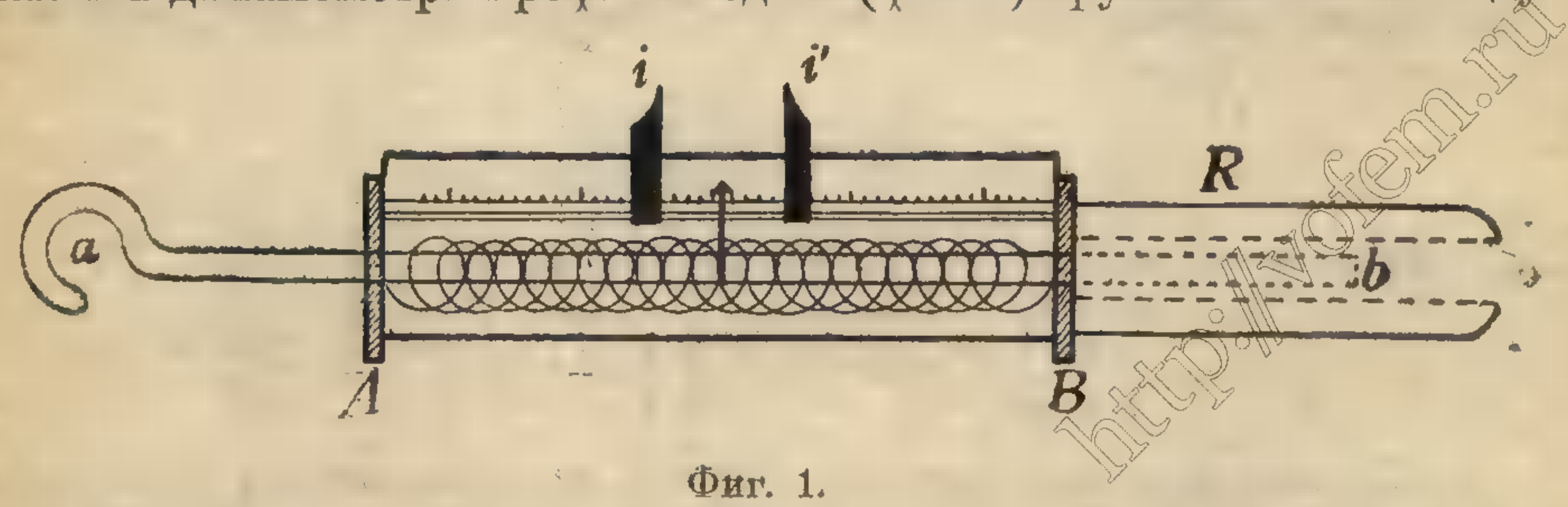
Приборы, предложенные Коммиссіей Новороссійскаго Общества Естество-испытателей.

И. Точидловскаго въ Одессѣ.

Нѣсколько лѣтъ тому назадъ изъ числа членовъ Новороссійскаго общества Естествоиспытателей была избрана Коммиссія для выработки типовъ приборовъ, необходимыхъ при прохожденіи курса физики преимущественно въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ. Результатомъ работъ этой коммиссіи было устройство, между прочимъ, нѣсколькихъ приборовъ, до сихъ поръ еще не опубликованныхъ, но, по моему мнѣнію, весьма полезныхъ и заслуживающихъ вниманія.

Пружинный динамометръ проф. Θ. Н. Шведова.

Пружинные динамометры типа Реньо страдаютъ тѣмъ недостаткомъ, что пружина въ нихъ обыкновенно скрыта и что при помощи такого динамометра можно измѣрять лишь силу натяженія. Въ динамометрѣ проф. Шведова (фиг. 1) пружина вся на виду:



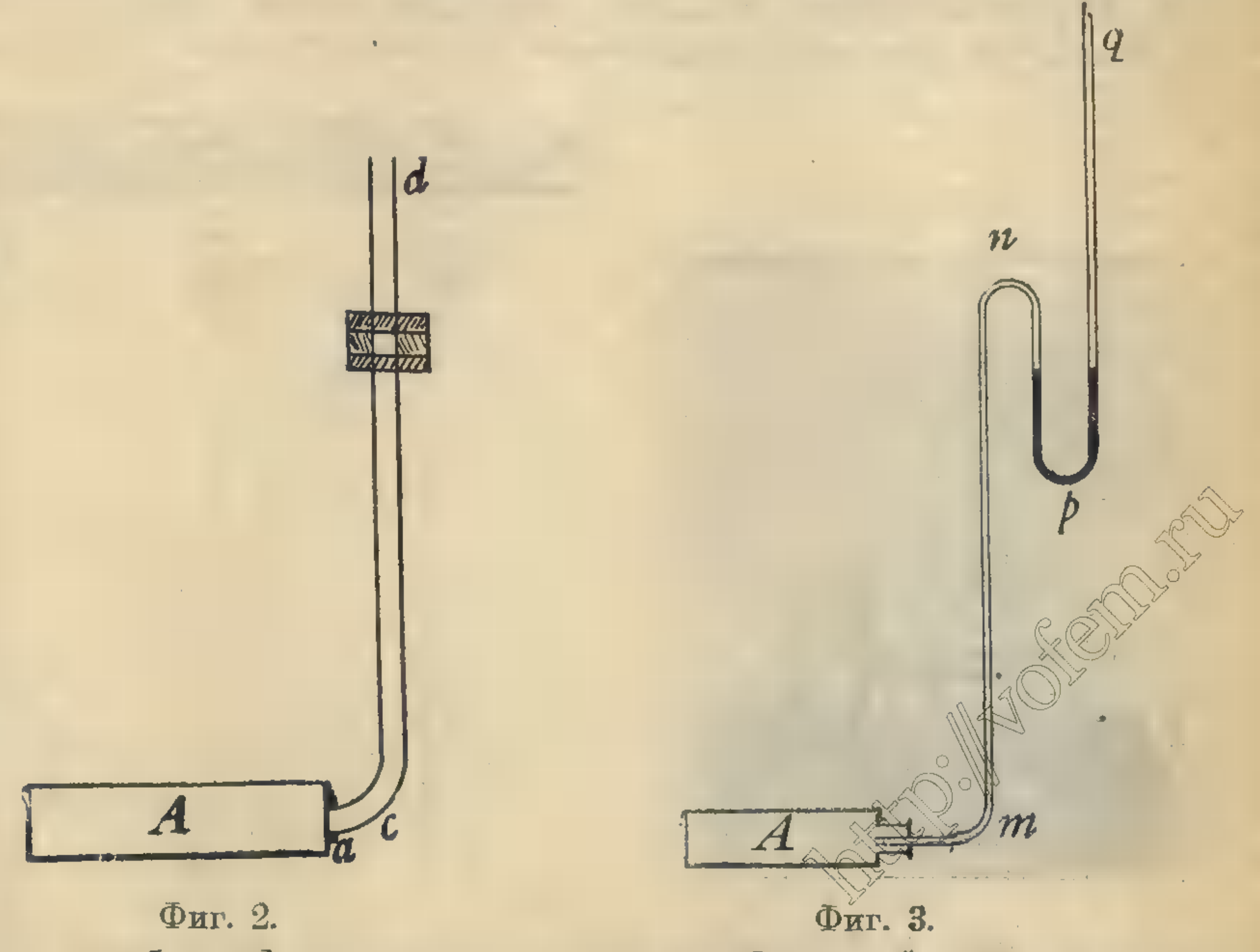
Фиг. 1.

футляръ, скрывающій ее, замѣненъ двумя параллельными стерженьками, на концахъ которыхъ прикрѣплены диски A и B. Свороченная спиралью пружина слегка растянута и концами прикрѣплена

къ упомянутымъ дискамъ, а срединою—къ стержню ab, могущему перемѣщаться въ ту и другую сторону для чего рукоятка R динамометра имѣетъ сквозное отверстіе. Стрѣлка, соединенная со срединою пружины, перемѣщается вдоль линейки, на которой отъ нуля, поставленнаго по срединѣ, въ ту и другую сторону нанесены дѣленія. Такимъ образомъ этотъ динамометръ одинаково удобопримѣнимъ, какъ для измѣренія силы тянущей, такъ и силы давящей. Наконецъ, индексы i и i', служащіе для отмѣтки наибольшаго удаленія стрѣлки отъ нуля, дѣлаютъ этотъ приборъ съ одной стороны весьма удобнымъ для классныхъ демонстрацій, такъ какъ даютъ возможность слушателямъ слѣдить за перемѣщеніями стрѣлки, а съ другой—позволяютъ измѣрять мгновенныя силы, напр., силу толчка, удара и т. п., ибо индексы эти обладаютъ очень небольшою массою инерціи.

Приборъ проф. Ѳ. Н. Шведова для демонстрированія существованія всесторонняго давленія внутри жидкости.

Устроенный проф. Шведовымъ для этой цѣли приборъ состоитъ изъ плоской металлической коробки A. (фиг. 2) діаметромъ около 10 см. и высотою 2—3 см., одно изъ доньевъ которой затянуто упругой перепонкой, напр. тонкой резиновой матеріей. Въ тубусъ a вставлена резиновая пробка, сквозь которую проходитъ стеклянная трубка cd, изогнутая подъ прямымъ угломъ. Сосудъ A



Фиг. 2. Фиг. 3.

и часть трубки cd наполняются какою-нибудь цвѣтною жидкостью и опускаются въ сосудъ съ водою. Давленіемъ жидкости на подвижное дно окрашенное вещество въ приборѣ будетъ выдавле-

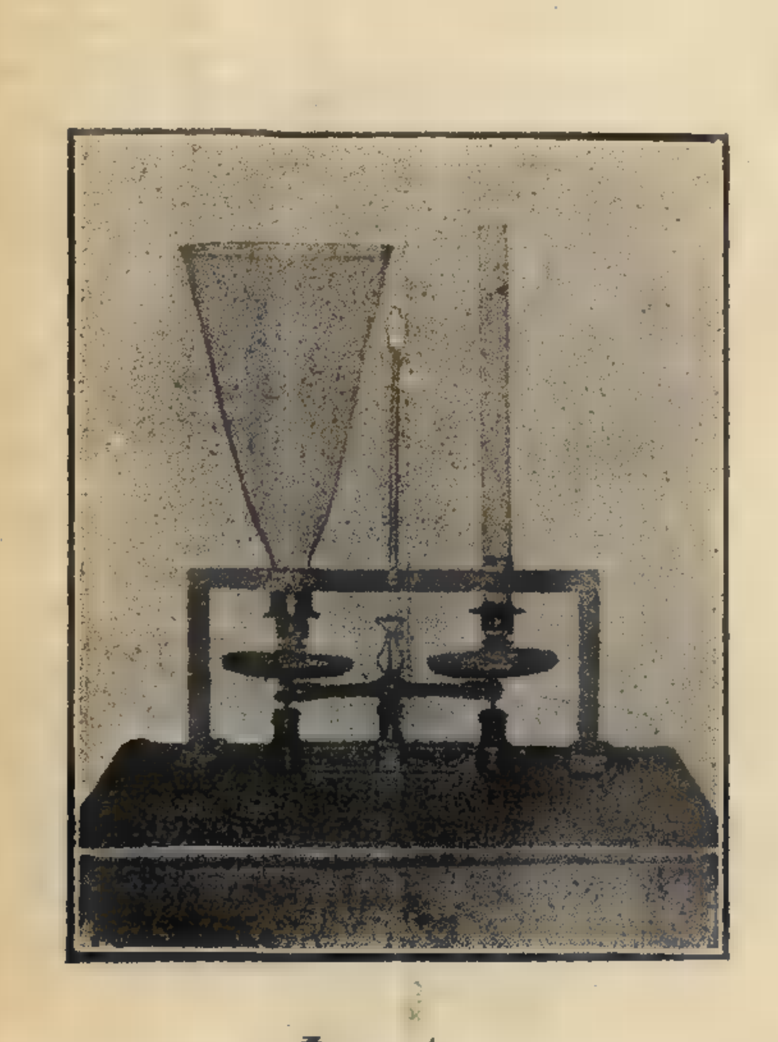
но въ трубку *cd*. Закрѣпляютъ приборъ въ штативѣ, отмѣчаютъ положеніе жидкости въ этой трубкѣ указателемъ и начинаютъ вращать сосудъ *A* или около горизонтальной оси или, помѣстивши подвижное дно вертикально, около вертикальной, все время слѣдя за положеніемъ мениска жидкости въ трубкѣ. Такъ какъ уровень жидкости въ *cd* остается неизмѣннымъ во все время опыта, то этимъ самымъ демонстрируется существованіе равнаго всесторонняго давленія внутри жидкости.

Въ одномъ изъ послѣднихъ добавленій къ каталогу фирмы Müller-Uri помѣщенъ аналогичный приборъ, съ тою лишь разницею, что трубка *cd* (фиг. 3) замѣнена изогнутою трубкою *mnpq*, часть которой *npq* служитъ манометромъ, сосудъ же *A* наполненъ не жидкостью, а воздухомъ, что, какъ мнѣ кажется, не вполнѣ удачно, такъ какъ газъ, какъ извѣстно, сильно мѣняетъ свой объемъ съ измѣненіемъ температуры, поэтому прикосновенія руки къ A достаточно, чтобы значительно измѣнить разность уровней въ манометрѣ.

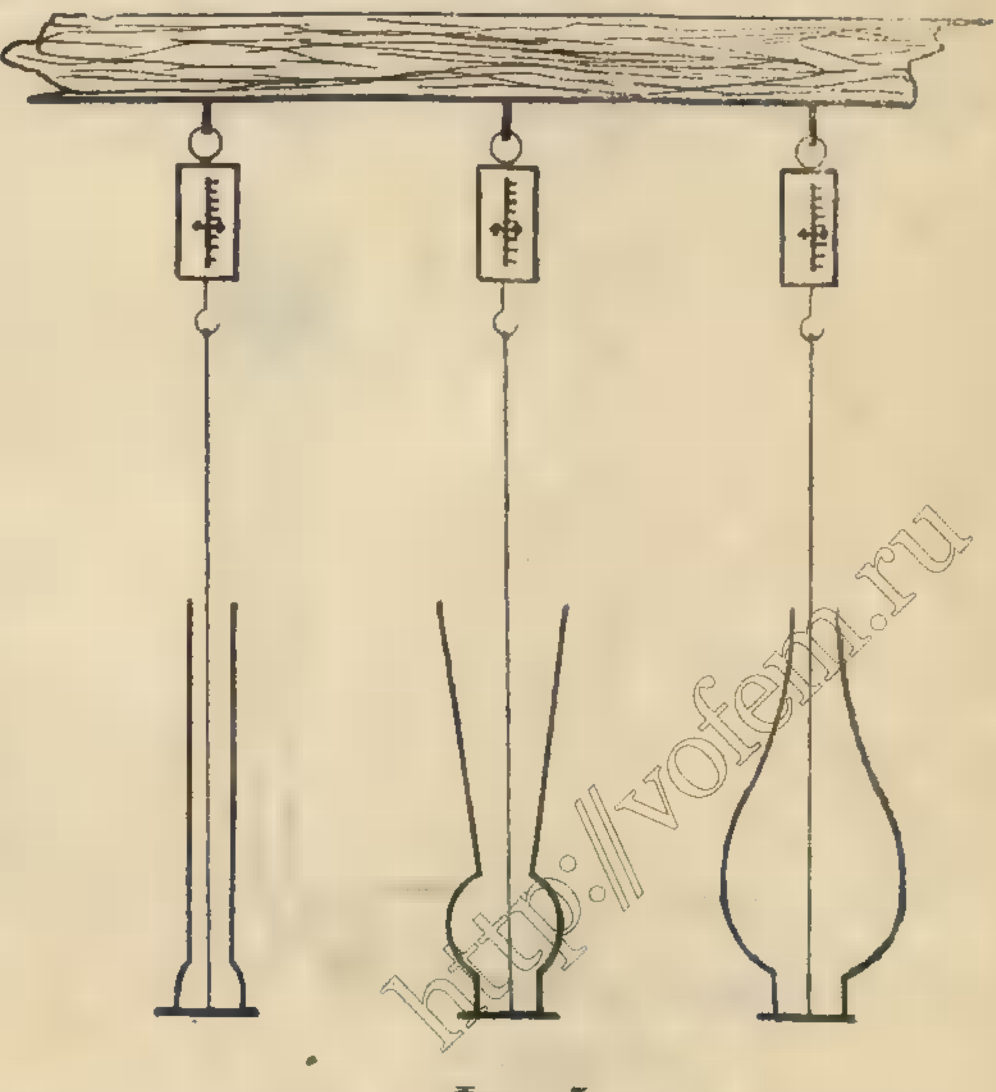
Приборы для доказательства независимости давленія жидкости на дно отъ формы сосуда.

Для этой цѣли было построено два прибора: болѣе простой проф. Ѳ. Н. Шведовымъ и болѣе сложный — университетскимъ механикомъ I. А. Тимченко.

Видоизмѣненіе сдѣланное проф. Шведовымъ (фиг. 4) состоитъ въ томъ, что два сосуда, имѣющіе различную форму, укрѣпляются



Фиг. 4.



Фиг. 5.

на общемъ штативѣ такъ, чтобы ихъ нижнія отверстія *A* и *B* приходились противъ чашекъ вѣсовъ Роберваля *R*. Къ нижнимъ кон-

цамъ сосудовъ прикрѣпляются одинаковыя донышки при помощи кусковъ кишки. Донья эти лежатъ на чашкахъ, не натягивая кишекъ наливая жидкость въ тотъ и другой сосудъ, добиваются того, чтобы стрѣлка вѣсовъ указывала на равновѣсіе. Не трудно показать, что въ моментъ равновѣсія жидкость стоитъ въ обоихъ сосудахъ на одномъ уровнѣ.

Приборъ мех. Тимченко напоминаетъ собою имѣющіеся въ продажѣ приборы этого рода, снабженные подвижнымъ дномъ и стрѣлкою для опредѣленія давленія. Весьма существенное усовершенствованіе заключается въ томъ, что, во-первыхъ, сосуды не навинчиваются, а вставляются въ специальныя гнѣзда и прижимаются двумя крѣпкими пружинами и, во-вторыхъ, что весь приборъ можетъ вращаться около горизонтальной оси. Вращеніе прибора около горизонтальной оси позволяетъ показать, что и оттягивающая сила жидкости не зависитъ отъ формы сосуда, а лишь отъ величины дна, при прочихъ равныхъ условіяхъ. Для этой цѣли сосуды, имѣющіе одинаковую высоту, наполняются до краевъ водою, прикрываются бумажками, и весь приборъ переворачивается вверхъ дномъ. Жидкость втягиваетъ дно внутрь сосуда съ одинаковою силою (измѣряемою отклоненіемъ стрѣлки), независимо отъ формы сосуда.

Здѣсь я позволю себѣ сдѣлать небольшое отступленіе, которое можетъ быть кому и пригодится. Такъ какъ приборы, служащіе для выше описанной цѣли, довольно дороги и не вездѣ имѣются, то можно устроить для этой цѣли довольно удовлетворительный приборъ (фиг. 5) изъ ламповыхъ стеколъ и имѣющихся въ продажѣ небольшихъ пружинныхъ вѣсовъ. Въ ламповомъ магазинѣ легко подыскать нѣсколько стеколъ, имѣющихъ одинаковыя отверстія и различную форму. Пришлифовавъ къ такимъ стекламъ донышки, прикрѣпляютъ къ нимъ проволоки, при помощи которыхъ эти донышки смогутъ быть подвѣшены къ пружиннымъ вѣсамъ. Пружинные вѣсы прикрѣпляются къ какой-нибудь перекладинѣ, а стекла зажимаютъ въ штативахъ такъ, чтобы пружины слегка вытянулись и показанія всѣхъ динамометровъ были одинаковы. Затѣмъ, наливая воду, можно отмѣтить бумажками или чернилами тѣ мѣста, до которыхъ была налита вода въ тотъ моментъ, когда дно въ сосудѣ отскочило. Если затѣмъ всѣ сосуды снять и поставить на столъ, то окажется, что всѣ мѣтки находятся на одной высотѣ.

(Продолженіе слѣдуетъ).

МАТЕМАТИЧЕСКІЯ МЕЛОЧИ.

1. Выводъ формулы для суммы членовъ натуральнаго ряда безъ помощи прогрессіи.

Извѣстно, что формула, служащая для возвышенія много-

члена въ квадратъ, можетъ быть представлена въ такомъ видѣ:

$$(a_0+a_1+a_2+\ldots+a_n)^2=[a_0^2+a_1^2+\ldots+a_n^2]+2a_0(a_1+a_2+\ldots+a_n)+$$
$$+2a_1(a_2+a_3+\ldots+a_n)+\ldots+2a_{n-1}a_n.$$

Положимъ: $a_0=a_1=a_2=\ldots=a_n=1$, тогда:

$$(n+1)^2=(n+1)+2n+2(n-1)+2(n-2)+\ldots+2.1.$$

$$\text{или: } 2\{1+2+\ldots+(n-1)+n\}=(n+1)^2-(n+1)$$

откуда: $$1+2+\ldots+n=\frac{(n+1)n}{2}.$$

2. Теоремы о суммѣ и произведеніи корней квадратнаго уравненія.

Пусть корни ур-ія $x^2+px+q=0$ будутъ x_1 и x_2; тогда:

$$x_1^2+px_1+q=0;\ x_2^2+px_2+q=0.$$

Разсматривая здѣсь p и q, какъ неизвѣстныя величины, имѣемъ систему двухъ ур-ій съ двумя неизвѣстными, откуда вычитая, найдемъ:

$$x_1^2-x_2^2=p(x_2-x_1);\ p=-(x_1+x_2);\ x_1+x_2=-p.$$

далѣе, подстановкой, получимъ:

$$x_2^2-(x_1+x_2)x_2+q=0;\quad q=x_1.x_2\ ^{*)}.$$

3. Упрощеніе двойного радикала $\sqrt{A\pm\sqrt{B}}$.

$$\left(\sqrt{a+\sqrt{b}}+\sqrt{a-\sqrt{b}}\right)^2=2\left(a+\sqrt{a^2-b}\right)$$
$$\left(\sqrt{a+\sqrt{b}}-\sqrt{a-\sqrt{b}}\right)^2=2\left(a-\sqrt{a^2-b}\right).$$

Отсюда, извлекая корень, получимъ:

$$\sqrt{a+\sqrt{b}}+\sqrt{a-\sqrt{b}}=\pm\sqrt{2(a+\sqrt{a^2-b})}$$
$$\sqrt{a+\sqrt{b}}-\sqrt{a-\sqrt{b}}=\pm\sqrt{2(a-\sqrt{a^2-b})}.$$

Складывая и дѣля на 2, найдемъ:

$$\sqrt{a+\sqrt{b}}=\pm\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}\pm\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}};$$

повѣрка дастъ окончательно:

$$\sqrt{a+\sqrt{b}}=\pm\left(\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}+\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}\right)$$

*) Выводъ предполагаетъ, что корни уравненія не равны.

и точно также найдемъ:

$$\sqrt{a-\sqrt{b}}=\pm\left(\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}-\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}\right).$$

Г. Чистяковъ,
препод. Моск. Инжен. Училища.

РЕЦЕНЗІИ.

„Популярная Физика". Проф. В. Натансона. Переводъ съ польскаго *Р-аго*. Съ 140 рисунками (Изъ популярно-научной библіотеки А. Ю. Маноцковой, № 8). Москва. 1901. 170 стр. Цѣна 85 к.

Настоящая книжка предназначается для первоначальнаго ознакомленія съ физикой и не предполагаетъ никакой особенной подготовки. На сколько намъ извѣстно, въ нашей литератуѣ имѣются только два сочиненія такого же характера: „Физика въ простыхъ урокахъ" *Тиндаля* и „Физика" *Бальфуръ — Стюарта*. Отъ этихъ двухъ книгъ „Популярная Физика" *Натансона* отличается главнымъ образомъ современностью исходной точки зрѣнія. *Работа и энергія*—вотъ два понятія, на которыхъ авторъ основываетъ свое изложеніе. Главнымъ достоинствомъ этой книжки мы считаемъ отсутствіе рутины; читатель не найдетъ здѣсь обычной схоластической болтовни объ „общихъ и частныхъ свойствахъ тѣлъ и матеріи" и о т. п. пережиткахъ старины, безъ которой не обходится почти ни одинъ учебникъ элементарной физики. Также и порядокъ изложенія въ книгѣ проф. *Натансона* не соотвѣтствуетъ ходу историческаго развитія науки. Возможно, что нѣкоторые педагоги усмотрятъ въ этомъ недостатокъ; мы же полагаемъ, что соединить историческую и современную тенденцію является трудно выполнимою задачею, а въ такомъ случаѣ, на нашъ взглядъ, слѣдуетъ отдать предпочтеніе послѣдней.

„Популярная Физика„ проф. Натансона состоитъ изъ 6-ти главъ. Первая, посвященная изложенію механики, содержитъ 40 страницъ. Исходя изъ легко усваеваемыхъ начинающимъ читателемъ понятій о движеніи, сложеніи движеній, о скорости и о силѣ, авторъ вполнѣ удовлетворительно для такого рода книги, поясняетъ, что такое работа и энергія; законъ инерціи онъ разсматриваетъ, какъ частный случай закона сохраненія энергіи. Только въ послѣднихъ параграфахъ этой главы читатель знакомится съ понятіями о массѣ, плотности и тяготѣніи. Такой порядокъ изложенія представляется намъ вполнѣ цѣлесообразнымъ, такъ какъ при этомъ начинающій читатель лишь постепенно, а не сразу вводится въ кругъ отвлеченныхъ понятій физики. Надо прибавить, что проф. *Натансонъ* сопровождаетъ свое изложеніе многочисленными очень удачно подобранными примѣрами.

Вторая глава посвящена общему ученію о твердыхъ, жидкихъ и газообразныхъ тѣлахъ; она менѣе другихъ отличается своимъ изложеніемъ отъ общепринятаго.—Третья самая короткая глава посвящена ученію о волнахъ и о звукѣ, содержитъ она всего-на-всего 12 страницъ, но и на этомъ небольшомъ пространствѣ авторъ умудряется сообщить все таки не мало фактовъ. Въ четвертой главѣ, посвященной ученію о теплотѣ, особеннаго вниманія заслуживаетъ очень остроумное объясненіе понятія о температурѣ. Пятая глава, трактующая объ электричествѣ, наиболѣе оригинальна: авторъ начинаетъ съ того, что сообщаетъ о химическомъ дѣйствіи кислотъ на металлы, переходитъ затѣмъ къ электрическому току и его свойствамъ, сообщаетъ объ электролизѣ, электрическомъ свѣтѣ и т. п. Затѣмъ только (въ §§-ахъ 111-омъ и 112-мъ) путемъ аналогіи поясняется болѣе абстрактное понятіе объ электрическомъ сопротивленіи и, наконецъ, о напряженіи и разрядѣ. Здѣсь же въ § 112-омъ) вскользъ упоминается о томъ, что электрическій зарядъ можетъ быть полученъ путемъ тренія. Наконецъ, въ послѣднихъ двухъ параграфахъ этой главы сообщается объ электромагнитѣ (причемъ объясняется принципъ телеграфа) и о магнитѣ. — Въ послѣдней шестой главѣ—о лучеиспусканіи—изложеніе не столь своеобразно, если не считать нѣкоторыхъ оригинальныхъ примѣровъ.

Наконецъ послѣдніе два параграфа книжки посвящены заключенію, въ которомъ говорится о матеріи и объ энергіи. Конечно, многаго на полутора страничкахъ не скажешь, но всетаки здѣсь рѣзче всего обозначается тенденція этой маленькой популярной книжки: замѣна матеріалистическаго міропониманія энергетическимъ. Въ этомъ, на нашъ взглядъ заключается главный недостатокъ книжки проф. *Натансона*, и съ этого мы начнемъ перечисленіе ея недостатковъ вообще. При томъ мы нисколько не желаемъ умалить достоинства всего сочиненія: оно вполнѣ удовлетворительно составлено и, кромѣ того, оригинально, но и на солнцѣ есть пятна. — Итакъ, мы находимъ, что нѣкоторая партійность не чуждая тенденціи „Популярной Физики“ проф. *Натансона*, не желательна въ такого рода сочиненіи. Въ первомъ параграфѣ „Заключенія“ проф. *Натансонъ* поясняетъ понятіе о матеріи: матерія понимается здѣсь просто какъ родовое названіе для всевозможныхъ тѣлъ. Противъ такого опредѣленія не можетъ имѣть ничего самый строгій анти-метафизикъ. Но зато въ параграфѣ, посвященномъ энергіи, авторъ становится на скользкую почву, стараясь показать, что энергія это нѣчто неизмѣнное—*вещь въ себѣ*. Заканчивается книжка словами: „Итакъ мы находили вездѣ различные виды *энергіи*, всегда одной и той же, единной и единственной“. Можно быть убѣжденнымъ энергетистомъ, но всетаки слѣдуетъ сознавать, что мы имѣемъ здѣсь дѣло съ неустановившимся спорнымъ вопросомъ, которому не мѣсто въ книгѣ для начинающихъ.

Второй не столь существенный недостатокъ мы усматриваемъ въ не совсѣмъ равномѣрномъ распредѣленіи матеріала. Какъ

мы видѣли выше, о статическомъ электричествѣ упоминается лишь вскользь, между тѣмъ въ главѣ о теплотѣ имѣются такіе сравнительно спеціальные параграфы, какъ § 92—(Соприкосновеніе жидкости съ парами) и § 93—(Давленіе насыщенія повышается вмѣстѣ съ температурой).

Въ заключеніе позволимъ себѣ отмѣтить небольшія и не столь важныя упущенія, сдѣланныя, на нашъ взглядъ, авторомъ. Опыты, описанные на страницѣ 29 и на страницѣ 99, мы находимъ излишне искусственными и сложными. Рычагъ, изображенный на рис. 19 (стр. 26), не годится для опытовъ, такъ какъ въ немъ плеча не равны и не невѣсомы. Неудаченъ и рис. 121 (стр. 147). Попытка объяснить въ §-ѣ 12-омъ преломленіе (стр. 156—157), исходя изъ неяснаго понятія о *предѣлѣ* свѣтогого пучка, ни къ какому результату не приводитъ. Понять преломленіе свѣта можно только, зная, что онъ есть результатъ колебаній. На нашъ взглядъ, въ популярной книжкѣ цѣлесообразнѣе было бы пояснить преломленіе свѣта при помощи какой-либо механической аналогіи.

Всѣ вышеприведенные недостатки съ избыткомъ искупаются многочисленными положительными качествами книжки проф. *Натансона*, и мы рекомендуемъ ее всякому, интересующемуся физикой, но не обладающему никакой математической подготовкой читателю. И для ученика нашей средней школы чтеніе этой книжки является далеко не излишнимъ: онъ вынесетъ изъ него рядъ ясныхъ представленій, которыя ему не всегда даются нашими учебниками физики.

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 148 (4 сер.). Рѣшить систему уравненій

$$x^7=3x^2-3xy+4y^2$$
$$y^7=3y^2-3xy+4x^2.$$

Е. Григорьевъ (Казань).

№ 149 (4 сер.). Рѣшить систему уравненій

$$x\sqrt{y}+y\sqrt{x}=a$$
$$\frac{x^2}{\sqrt{y}}+\frac{y^2}{\sqrt{x}}=b.$$

Е. Григорьевъ (Казань).

№ 150 (4 сер.). Стороны треугольника ABC связаны зависимостью

$$a^3=b^3+c^3.$$

Можетъ ли уголъ A этого треугольника быть прямымъ или тупымъ?

Н. С. (Одесса).

№ 151 (4 сер.). Найти общій видъ цѣлыхъ чиселъ, каждое изъ которыхъ дѣлится безъ остатка на приближенный корень квадратный изъ него, извлеченный съ недостаткомъ съ точностью до единицы. Для какихъ изъ чиселъ этого свойства приближенное значеніе квадратнаго корня есть наименьшій дѣлитель, большій единицы?

Заимств. изъ *Journal de Mathématiques élémentaires.*

№ 152 (4 сер.). Рѣшить уравненіе

$$\operatorname{tg}x-\operatorname{tg}2x=\sin x.$$

Заимств. изъ *Supplemento al Periodico di matematica.*

№ 153 (4 сер.). При сжатіи одного килограмма газа, плотность котораго 0,39, выдѣляется 11000 калорій. Зная, что кубическій метръ этого газа стоитъ 0,3 франка, опредѣлить: 1) стоимость 100000 калорій, выдѣляемыхъ при горѣніи газа; 2) вѣсъ воды при температурѣ 10°, которую можно превратить въ паръ температуры 100°.

(Заимств.) *М. Гербановскій.*

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 51 (4 сер.). *На чашки вѣсовъ съ равноплечимъ рычагомъ наложены грузы: съ одной стороны тѣло, вѣсомъ въ 502 грамма и въ объемѣ 1 литръ, съ другой — шаръ, плотности 20 и въ объемѣ равный 0,00005 куб. метровъ. Весь приборъ заключенъ въ закрытое помѣщеніе, содержащее только углекислый газъ. Каково должно быть давленіе этого газа, чтобы при температурѣ 100° вѣсы находились въ равновѣсіи? Плотность углекислаго газа равна 1,5.*

Одинъ куб. сант. воздуха вѣситъ при нормальныхъ условіяхъ 0,0013 грамма, а при искомомъ давленіи x миллиметровъ и температурѣ 100° одинъ куб. см. воздуха вѣситъ

$$\frac{0{,}0013.x}{760.(1+0{,}004.100)} \text{ грамм.},$$

гдѣ 0,004—коэффиціентъ расширенія газа. Одинъ же куб. см. углекислоты при температурѣ 100° и давленіи x милл. вѣситъ

$$\frac{0{,}0013x.1{,}5}{760.1{,}4} \qquad (1).$$

Обозначивъ эту дробь черезъ y, найдемъ, что тѣло въ 502 грамма въ углекислотѣ при 100° вѣситъ $502 - 1000\,y$ граммовъ, такъ какъ объемъ этого тѣла по условію есть 1 литръ=1000 куб. см. Тѣло, лежащее на второй чашкѣ, имѣя объемъ въ 0,000025 куб. метр. = 25 куб. см. и плотность 20, вѣситъ въ углекисломъ газѣ при 100° $25.20-25y$ граммовъ (полагая, что плотность дана именно при 100°). По условію задачи

$$502-1000y=25.20-25y,$$

откуда

$$975y=2,$$

или (см. (1))

$$\frac{1{,}5.975.0{,}0013x}{760.1{,}4}=2.$$

Рѣшая это уравненіе, получимъ x=1114 милл.

Н. С. (Одесса); *Д. Дьяковъ* (Новочеркасскъ).

№ 52 (4 сер.). *Представить произведеніе*

$$(x^2+a_1^2)(x^2+a_2^2)\ .\ .\ .\ .\ (x^2+a_n^2)$$

въ видѣ суммы квадратовъ двухъ цѣлыхъ многочленовъ.

Обозначимъ сумму количествъ $a_1, a_2, \ldots, a_n$, сумму произведеній изъ этихъ количествъ по два, по три и т. д. и, наконецъ, произведеніе этихъ количествъ черезъ $S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n$. Кромѣ того, обозначимъ многочлены $x^n - S_2x^{n-1} + S_4x^{n-4} - S_6x^{n-6} + \ldots$ $S_1x^{n-1} - S_3x^{n-3} + S_5x^{n-5} - \ldots$ соотвѣтственно черезъ A и B. Представивъ предложенное выраженіе въ видѣ $[(x+a_1i)(x+a_2i)\ldots(x+a_ni)].[(x-a_1i)(x-a_2i)\ldots(x-a_ni)]$, гдѣ $i=\sqrt{-1}$, имѣемъ: $(x+a_1i)(x+a_2i)\ldots(x+a_ni) = x_n + iS_1x^{n-1} - i^2S_2x^{n-2} + i^3S_3x^{n-3} + \ldots = A+Bi$. Точно также найдемъ $(x-a_1i)(x-a_2i)\ldots(x-a_ni) = A-Bi$. Слѣдовательно предложенное выраженіе равно $(A+Bi)(A-Bi) = A^2+B^2$, гдѣ A и B — означенные выше цѣлые многочлены.

Н. Готлибъ (Дуббельнъ); *Н. С.* (Одесса).

№ 57 (4 сер.). *Къ одному изъ концовъ желѣзнаго стержня требуется прикрѣпить платиновую пластинку одинаковаго сѣченія съ стержнемъ такой длины, чтобы полученный снарядъ плавалъ въ ртутной ваннѣ вертикально, причемъ верхній конецъ стержня долженъ возвышаться на 50 сантиметровъ надъ поверхностью ртути. Опредѣлить длину платиновой пластинки, зная, что длина желѣзнаго стержня равна одному метру. Плотности желѣза, платины и ртути авны соотвѣтственно 7,8,, 21,5, 13,6.*

Пусть a — площадь перпендикулярнаго сѣченія стержня въ квадратныхъ x — длина платиновой пластинки въ линейныхъ сантиметрахъ. Тогда длина погруженной части прибора равна $100 + x - 50 = 50 + x$ сантиметровъ. Объемы желѣзной части прибора, платиновой его части и вытѣсненной ртути равны соотвѣтственно $100a$, ax, $(50+x)a$ куб. сантиметровъ, а вѣса желѣзной, платиновой части прибора и вытѣсненной ртути равны $100.7,8a$, $21,5ax$, $(50+x).13,6a$. По закону Архимеда

$$100.7,8a+21,5ax=(50+x).13,6a,$$

или

$$100.7,8+21,5x=(50+x).13,6,$$

откуда

$$x=-\frac{100}{7,9}.$$

Отрицательный отвѣтъ показываетъ на невозможность рѣшенія задачи *).

Рѣшивъ ту же задачу съ тѣми же численными данными за исключеніемъ длины возвышающейся части стержня $=50$ см., и полагая эту длину равной y см., мы нашли бы, что

$$x=\frac{580-13,6y}{7,9},$$

откуда видно, что задача возможна если

$$y \leqq \frac{580}{13,6} = 42\frac{11}{17} \text{ сантиметра.}$$

Б. Мерцаловъ (Орелъ); *Д. Дьяковъ* (Новочеркасскъ); *Г. Огановъ* (Эривань).

---

*) Такъ какъ плотность желѣза болѣе половины плотности ртути, то уже одинъ желѣзный стержень погрузится болѣе, чѣмъ на половину, и возвышающаяся часть стержня окажется короче 50 см.; тѣмъ болѣе это обстоятельство будетъ имѣть мѣсто, если прикрѣпить къ желѣзному стержню платиновую пластинку. Отсюда уже видна невозможность рѣшенія задачи.

№ 71 (4 сер.). *Доказать, что при цѣлыхъ значеніяхъ x и y численное значеніе выраженія* $(x^2y^3-4x^2y)(x^4+x^2-2)$ *дѣлится безъ остатка на 54.*

Нѣкоторыя изъ лицъ, рѣшившихъ задачу, показали, что численное значеніе предложеннаго выраженія при цѣлыхъ значеніяхъ перемѣнныхъ дѣлится на 108; болѣе того, покажемъ, что *наибольшее* число, на которое дѣлится числовая величина предложеннаго выраженія, равно 216. Дѣствительно, искомое наибольшее число не можетъ быть болѣе 216, такъ какъ при $x=2$, $y=1$ числовая величина даннаго выраженія равна -216. Остается показать, что числовая величина даннаго выраженія при цѣлыхъ значеніяхъ перемѣнныхъ кратна 216. Для этого представимъ данное выраженіе въ видѣ

$$x^2(x^2-1)(x^2+2)\,y\,(y^2-4).$$

При цѣломъ значеніи y число $y(y^2-4)$ всегда кратно 3, такъ какъ при y кратномъ 3 первый множитель этого выраженія дѣлится на 3, а при y вида $3k\pm1$ (гдѣ k—цѣлое число) второй множитель того же выраженія, будучи равенъ $9k^2\pm6k-3$, кратенъ 3. Число $x^2(x^2-1)(x^2+2)$ при цѣломъ x кратно 8. Дѣйствительно, при x четномъ x^2 кратно 4-хъ, а потому x^2+2 кратно 2-хъ; при x же нечетномъ, т. е. вида $2k\pm1$ (гдѣ k—цѣлое число) число x^2-1, будучи равно $4k^2\pm4k=4k(k\pm1)$, кратно 8, такъ какъ произведеніе двухъ послѣдовательныхъ цѣлыхъ чиселъ $k(k\pm1)$ есть число четное. Число $x^2(x^2-1)(x^2+2)$ при x цѣломъ кратно также и 9. Дѣйствительно, если x кратно 3-хъ, то x^2 кратно 9; если x не кратно 3-хъ, т. е. если x есть число вида $3k\pm1$, то числа x^2-1 и x^2+2, будучи равны соотвѣтственно $9k^2\pm6k$, $9k^2\pm6k+3$, оба кратны 3-хъ, и потому все выраженіе $x^2(x^2-1)(x^2+2)$ кратно 9. Выраженіе $x^2(x^2+1)(x^2+2)$, кратное 8 и 9-ти, кратно 72, а выраженіе $y(y^2-4)$ кратно 3-хъ. Слѣдовательно числовая величина выраженія $(x^2y^3-4x^2y)(x^4+x^2-2)=$ $=x^2(x^2-1)(x^2+2)\,y\,(y^2-4)$ кратна 216.

П. Полушкинъ (Знаменка); *Б. Мерцаловъ* (Орелъ); *С. Кудинъ* (Москва); *Н. Готлибъ* (Митава); *Г. Огановъ* (Эривань); *М. Семеновскій* (Перновъ).

№ 72 (4 сер.). *Упростить выраженіе* $\sqrt[3]{3+9\sqrt[3]{12}-9\sqrt[3]{18}}$, *представивъ его въ видѣ двучлена.*

Подкоренное выраженіе $3+9\sqrt[3]{12}-9\sqrt[3]{18}$ можно представить въ видѣ

$$\left(\sqrt[3]{9}\right)^3-\left(\sqrt[3]{6}\right)^3+3\sqrt[3]{9}\left(\sqrt[3]{6}\right)^2-3\left(\sqrt[3]{9}\right)^2\sqrt[3]{6}=\left(\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{6}\right)^3.$$ Поэтому

$$\sqrt[3]{3+9\sqrt[3]{12}-9\sqrt[3]{18}}=\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{6}.$$

Задачу можно рѣшить и менѣе искусственнымъ способомъ, приравнивая данное выраженіе разности $\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}$, возвышая обѣ части полученнаго равенства въ кубъ и приравнивая отдѣльно раціональные и ирраціональные члены обѣихъ частей (x и y предполагаются положительными раціональными числами). Тогда изъ *условной* системы уравненій

$$x-y=3,\quad xy^2=324,\quad x^2y=486.$$

Находимъ: $x=9$, $y=6$.

Б. Мерцаловъ (Орелъ); *Д. Дьяковъ* (Новочеркасскъ); *А. Берковичъ* (Кіевъ); *Г. Огановъ* (Эривань); *М. Поповъ* (Асхабадъ); *В. Толстовъ* (Тамбовъ); *Семеновскій* (Перновъ).

Редакторы: В. А. Циммерманъ и В. Ф. Каганъ. Издатель **В. А. Гернетъ.**

Дозволено цензурою, Одесса, 4-го Февраля 1902 г.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, Ямская, д. № 64.